

Hình Logic

Hồ Văn Hoà (Thuận Hoà)

Hình Logic, dịch từ chữ “Figure Logic”, là tên của một trò chơi giải trí về lý luận toán học do tạp chí chuyên về các trò chơi Dell giới thiệu đầu tiên. Trò chơi này tựa như trò chơi Ô Chữ với các số, thay vì chữ, được điền vào những ô trống theo những lời chỉ dẫn, trong một mạng ô vuông tạo thành bởi nhiều đoạn thẳng ngang và dọc. Mạng có nhiều ô được tô đen. Mỗi ô trống chứa một con số từ 0 đến 9. Các con số nằm trên cùng một hàng hay một cột và giới hạn bởi 2 ô đen hay bìa của mạng, hợp thành một số. Các số nằm trên một hàng của mạng được đọc từ trái sang phải. Các số nằm trên một cột của mạng được đọc từ trên xuống dưới. Một số chiếm hơn 1 ô không thể bắt đầu bằng 0. Lời chỉ dẫn của Hình Logic là những hệ thức liên lạc giữa các số phải điền vào mạng. Người giải Hình Logic phải vận dụng lý luận toán học để giải mã những hệ thức liên lạc này mà tìm ra những số phải điền. Những Hình Logic đơn giản, chủ yếu không đặt căn bản trên những liên hệ giữa các số phải điền vào mạng, cũng còn được gọi là **Ô Số** (Cross Number).

	1	2
	2	5
3	2	1
4	6	2
		8
		5

Lời giải Hình Logic 1

Hình trên là lời giải của một Hình Logic. Một số qui ước thường dùng như sau:

- Số nằm trên hàng thứ nhất và bắt đầu ở cột thứ hai được ký hiệu là $1N \Rightarrow 1N = 25$.
Tương tự: $4N$ là số nằm trên hàng thứ ba và bắt đầu ở cột thứ nhất $\Rightarrow 4N = 625$
- Số nằm trên cột thứ nhất và bắt đầu ở hàng thứ hai được ký hiệu là $3D \Rightarrow 3D =$

26.

Tương tự: $2D$ là số nằm trên cột thứ ba và bắt đầu ở hàng thứ nhất $\Rightarrow 2D = 585$.

Thí dụ:

$$3N + 4N = 218 + 625 = 843$$

$$4N = (1N)^2 \Rightarrow 625 = 25^2$$

Trong một Hình Logic, các số có thể suy ra từ các lời chỉ dẫn bằng nhiều cách, thí dụ như sau:

- Trực tiếp từ lời chỉ dẫn.

Thí dụ:

$$\text{Bình phương của } 87 \Rightarrow 7569$$

$$\text{Số nguyên tố nhỏ nhất có 2 con số} \Rightarrow 11$$

- Suy ra từ lời giải ở một nơi khác trên hình.

Thí dụ:

$$2D = 4N - 40,$$

$$\text{nếu } 4N = 625 \Rightarrow 2D = 585$$

- Lời chỉ dẫn đôi khi chỉ cho biết một phần của lời giải mà thôi. Lời giải rõ phải nhờ tới những điều kiện khác.

Thí dụ:

$$8D \text{ là 1 số nguyên tố.}$$

- Một lời giải có thể liên quan đến một lời giải khác một cách không xác định rõ ràng.

Thí dụ:

$$5N \text{ là một bội số của } 7D.$$

$$6N \text{ là } 8D \text{ với các con số thay đổi vị trí.}$$

- Lời chỉ dẫn có thể dẫn tới một lời chỉ dẫn khác.

Thí dụ:

$$2D \text{ xem chỉ dẫn của } 5N \text{ (lời chỉ dẫn của } 5N \text{ có thể là } 5N = (2D)^2).$$

- Nhiều lời chỉ dẫn có thể ghép chung với nhau.

Thí dụ:

$$2N, 7D, 9N \text{ chứa tất cả các con số từ 1 đến 9.}$$

g) Những Hình Logic khó thường có những lời chỉ dẫn là những hệ thức liên quan giữa các số phải điền. Người giải phải vận dụng những suy luận toán học để tìm ra lời giải của hình.

Thí dụ:

$$1N = 7D + 10, 2N = 8N + 3 \times 4D, \text{ v.v.}$$

	1	2
3		
4		

Hình Logic 1

Lời chỉ dẫn của Hình Logic 1 như sau:

Ngang:

1. Xem 4N
3. $9 \times 1N - 3D + 19$
4. $(1N)^2$

Đọc:

1. $3N - 6$
2. $20 \times 1N + 85$
3. $1N + 1$

Bạn đã có lời chỉ dẫn và cả lời giải của Hình Logic 1. Bạn hãy bỏ vài phút suy nghĩ xem bằng cách nào mà suy ra được lời giải từ những lời chỉ dẫn.

Giải thích lời giải của Hình Logic 1

Lời chỉ dẫn có thể viết lại như sau:

$$4N = (1N)^2;$$

$$3N = 9 \times 1N - 3D + 19;$$

$$1D = 3N - 6;$$

$$3D = 1N + 1;$$

$$2D = 20 \times 1N + 85 = 20(1N + 4) + 5$$

Hệ thức sau cùng chứng tỏ số 2D có con số tận cùng bằng 5

⇒ Số tận cùng của số 4N cũng là 5

Mà 4N bằng bình phương của số 1N

⇒ Con số tận cùng của 1N phải là 5

Vì $3D = 1N + 1$ nên số tận cùng của 3D phải là 6

⇒ Con số đầu của số 4N cũng là 6

Số 4N có số hàng trăm là 6, hàng đơn vị là 5 và là bình phương của số 1N có 2 con số và tận cùng bằng 5.

$$\Rightarrow 4N = 625 \text{ và } 1N = 25$$

$$\Rightarrow 3D = 1N + 1 \Rightarrow 3D = 26$$

$$\Rightarrow 2D = 20(1N + 4) + 5 = 20(25 + 4) + 5$$

$$2D = 585$$

$$\Rightarrow 3N = 9 \times 1N - 3D + 19$$

$$= 9 \times 25 - 26 + 19$$

$$3N = 218$$

$$\Rightarrow 1D = 3N - 6 \Rightarrow 1D = 212$$

Bạn chắc đã quen cách lý luận toán học trong các bài toán Hình Logic. Bây giờ, mời bạn yêu thích Hình Logic giải một bài toán Hình Logic khác như sau:

1	2	3
	4	
5		

Hình Logic 2

Ngang:

1. $(4N)^2 + 5$
4. $3D - 40$
5. $3D - 48$

Đọc:

2. $(5N)^2 - 20$
3. $4N + 40$

4N là 1 số có 2 con số. Đặt $4N = 10x + y$

3D là 1 số có 2 con số. Đặt $3D = 10z + y$

$$3D = 4N + 40 \Rightarrow 10z + y = 10x + y + 40$$

$$\Rightarrow z - x = 4 \text{ hay } z \text{ lớn hơn } x \text{ 4 đơn vị}$$

$$\Rightarrow x = 1, 2, 3, 4, \text{ hay } 5 \Rightarrow z = 5, 6, 7, 8, \text{ hay } 9$$

$$\text{Vì } 5N = 3D - 48 > 10 \Rightarrow 3D > 58$$

$$\Rightarrow z \text{ phải bằng } 6, 7, 8 \text{ hay } 9$$

$$\Rightarrow x \text{ phải bằng } 2, 3, 4 \text{ hay } 5$$

1N là 1 số có 3 con số nên $1N < 1000$

$$\Rightarrow 1N = (4N)^2 + 5 = (10x + y)^2 + 5$$

$$= (100x^2 + 20xy + y^2) + 5$$

Nếu $x = 4$ thì $1N = (1600 + 80y + y^2) + 5 > 1000$.

Tương tự nếu $x = 5$ thì $1N > 1000$.

Trị số 4 và 5 của x không nhận được. Vậy $x = 2$ hay 3.

Nếu $x = 3$ thì $1N = (900 + 60y + y^2) + 5$. Muốn $1N < 1000$ ta cần

$$y^2 + 60y < 95 \Rightarrow y = 1.$$

Nếu $x = 2$ thì $1N = (400 + 40y + y^2) + 5$.

Dễ thấy $1N < 1000$ khi

$$y = 1, 2, \dots, 8, 9.$$

$$2D = (5N)2 - 20 = (3D - 48)2 - 20$$

$$= (10z + y - 48)2 - 20.$$

Xét trường hợp $x = 3, z = 7, y = 1$.

$$\Rightarrow 2D = 23^2 - 20 = 509$$

\Rightarrow Không nhận được vì con số hàng chục của $2D$ phải là $x = 3$.

Xét trường hợp $x = 2, z = 6$. Khi đó $2D = (y + 12)2 - 20$.

$$\text{Nếu } y = 8 \text{ thì } 2D = 20^2 - 20 = 380$$

\Rightarrow Không nhận được vì con số hàng chục của $2D$ phải là $x = 2$.

Tương tự, các trị số $y = 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1$ cũng không nhận được.

Chỉ có trị số $y = 9$ là nhận được với

$$2D = 21^2 - 20 = 421.$$

Tóm lại, lời giải của Hình Logic 2 là:

1	2	3
8	4	6
	4	
	2	9
5		
2	1	

Lời giải Hình Logic 2

$x = 2, z = 6, y = 9$ tức là:

$$4N = 10x + y = 29$$

$$3D = 10z + y = 69$$

$$5N = 3D - 48 = 69 - 48 = 21$$

$$1N = (4N)^2 + 5 = 29^2 + 5 = 846$$

$$2D = (5N)^2 - 20 = 441 - 20 = 421$$

Bây giờ, mời bạn giải Hình Logic 3 khó hơn, như sau:

	1		2	
3			4	5
6	7		8	
	9			

Hình Logic 3

Ngang:

1. $8D + (9/7) \times 6N - 2$

3. $2D + 10$

4. $8D + 6$

6. $7 \times 1D$

8. $2D + 7$

9. $3N \times 1D + 1$

Dọc:

1. $4N - 9$

2. $8D - 3$

3. $9N - 4N - 6$

5. $(4N - 8) \times (3N - 9)$

7. $2 \times 2D + 3N - 4$

8. $1D + 3$

Lời giải:

Đặt $x = 1D$. Suy ra tuần tự:

$$8D = x + 3$$

$$2D = 8D - 3 = x + 3 - 3 = x$$

$$3N = 2D + 10 = x + 10$$

$$4N = 8D + 6 = x + 3 + 6 = x + 9$$

$$6N = 7 \times 1D = 7x$$

$$8N = 2D + 7 = x + 7$$

$$9N = 3N \times 1D + 1 = (x+10)x + 1$$

$$1N = 8D + (9/7) \times 6N - 2$$

$$= x + 3 + (9/7) \times 7x - 2 = 10x + 1$$

$$3D = 9N - 4N - 6$$

$$= (x+10)x + 1 - x - 9 - 6 = x^2 + 9x - 14$$

$$5D = (4N - 8)(3N - 9) = (x + 1)(x + 1)$$

$$= (x + 1)^2$$

$$7D = 2 \times 2D + 3N - 4 = 2x + x + 10 - 4$$

$$= 3x + 6$$

Giải bài toán Hình Logic rút lại là tìm trị số của ẩn số x.

Giải hệ thống những hệ thức trên bằng những nhận xét sau đây:

$1N = 10x + 1 \Rightarrow 1N$ là một số tận cùng bằng 1

$2D = x \Rightarrow x$ là một số có 2 con số mà số đầu phải là 1.

Vậy, x có thể có một trong những trị số:

10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19

Đề ý rằng $4N = x + 9$, ta có:

Nếu $x = 10$ thì $4N$ bắt đầu bằng 0. Vậy giá trị này của x không nhận được.

Nếu $x = 11$ thì $2D = 11$ và $4N = 20$. Giá trị này của x cũng không nhận được vì $5D$ không thể bắt đầu bằng 0.

Nếu $x = 13$ thì $2D = 13$ và $4N = 22$. Khi đó $5D$ bắt đầu bằng 2. Mặt khác

$5D = (x + 1)^2 = 14^2 = 196$ bắt đầu bằng 1. Vậy x không thể bằng 13.

Nếu $x = 14$ thì $2D = 14$ và $4N = 23$. Khi đó $5D$ bắt đầu bằng 3. Mặt khác

$5D = (x + 1)^2 = 15^2 = 225$ bắt đầu bằng 2. Vậy x không thể bằng 14.

Nếu $x = 15$ thì $2D = 15$ và $4N = 24$. Khi đó $5D$ bắt đầu bằng 4. Mặt khác

$5D = (x + 1)^2 = 16^2 = 256$ bắt đầu bằng 2. Vậy x không thể bằng 15.

Tương tự, các trị số $x = 16, 17, 18$ và 19 đều không nhận được.

Bây giờ chỉ còn $x = 12$, thử xem:

	1		2	
	1	2	1	
3	2	2	2	1
	3			6
6	7		8	
8	4		1	9
	9			
	2	6	5	

Lời giải của Hình Logic 3

$x = 12$

\Rightarrow

$1D = 12$	$2D = 12$	$3D = 238$
$5D = 169$	$7D = 42$	$8D = 15$
$1N = 121$	$3N = 22$	$4N = 21$
$6N = 84$	$8N = 19$	$9N = 265$

Sau cùng, mời bạn giải Hình Logic 4 như sau:

1			2	3
		4		
5	6			
	7			8
9			10	

Hình Logic 4

Ngang:

- $3D + 15$
- Xem $2D$ và $3D$
- $2D + 200$
- $3D + 3$
- $6 \times 3D$

Đọc:

- $(5N)^2 - 4$
- $2 \times 1D$
- Xem $5N$
- $2 \times 1D + 130$
- 5 + Tổng số các

con số của 6D

9. 3D

10. 1N + 3D

Lời giải:

Đặt $x = 3D$. Suy ra tuần tự:

$1N = x + 15$

$5N = x + 3$

$7N = 6x$

$9N = x$

$10N = 1N + 3D = 2x + 15$

$1D = (5N)2 - 4 = (x + 3)2 - 4$

$= (x + 1)(x + 5)$

$2D = 2 \times 1D = 2(x + 1)(x + 5)$

$6D = 2 \times 1D + 130$

$= 2[(x + 1)(x + 5) + 65]$

$4N = 2D + 200$

$= 2[(x + 1)(x + 5) + 100]$

$7N = 6x$ là 1 số chẵn có 2 con số

$\Rightarrow 6x < 100 \Rightarrow x < 17.$

3D và 4N có cùng con số ở hàng đơn vị.

4N là số chẵn $\Rightarrow 3D = x$ cũng là một số chẵn

$\Rightarrow x = 10, 12, 14$ hay 16

$\Rightarrow 5N = x + 3 = 13, 15, 17$ hay 19.

Xét trường hợp $x = 10$. Khi đó $5N = 13$

$\Rightarrow 1D = 11 \times 15 = 165$

$\Rightarrow 5N$ bắt đầu bằng 5 \Rightarrow không nhận được.

Xét trường hợp $x = 16$. Khi đó $5N = 19$

$\Rightarrow 1D = 17 \times 21 = 357$

$\Rightarrow 5N$ bắt đầu bằng 7 \Rightarrow không nhận được.

Xét trường hợp $x = 14$. Khi đó $5N = 17$

$\Rightarrow 1D = 15 \times 19 = 285$

$\Rightarrow 5N$ bắt đầu bằng 5 \Rightarrow không nhận được.

Còn lại trường hợp $x = 12$. Khi đó $5N = 15$

$\Rightarrow 1D = 13 \times 17 = 221$

$\Rightarrow 5N$ bắt đầu bằng 1 \Rightarrow nhận được.

Tóm lại, lời giải của Hình Logic 4 nhận được với trị số $x = 3D = 12$.

1			2	3
2	7		4	1
		4		
2		6	4	2
5	6			
1	5		2	
	7			8
	7	2		1
9			10	
1	2		3	9

Lời giải Hình Logic 4

$1N = 27$

$4N = 642$

$5N = 15$

$7N = 72$

$9N = 12$

$10N = 39$

$1D = 221$

$2D = 442$

$3D = 12$

$6D = 572$

Tổng số các con số của 6D = 572 là 14

$\Rightarrow 8D = 14 + 5 = 19$

Bốn Hình Logic 1, 2, 3 và 4 trong bài viết này do chính tác giả soạn thảo. Vì Hình Logic rất khó soạn, nên các tác giả khác thường đề “giữ bản quyền” (như Jim Loy chẳng hạn). Tác giả cũng vậy, xin được “giữ bản quyền” cả 4 Hình Logic trong bài viết này!

Nếu bạn nhận thấy có điều gì dư thừa trong lời chỉ dẫn, sai sót hay không rõ ràng trong lời giải, hay có lời giải khác, xin cho tác giả được biết (ĐT: 02 9798 3522). Tác giả thành thật cảm ơn.

Hồ văn Hoà (Thuận Hoà)

Sydney, September 2009